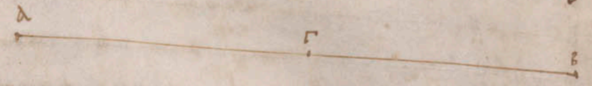
σιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΑΓ· συνθέντι· τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΑΓ· ἀλλὰ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ἐστὶ τετράγωνα· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τετράγωνα τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ ΑΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-



+ ΤΟΥ Ε ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ Η ΑΝΑΛΥΣΙΣ ΚΑΙ Η ΣΥΝΘΕΣΙΣ:-

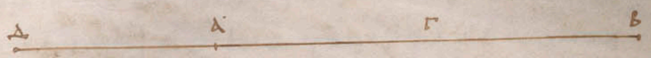
Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμήσθω κατὰ τὸ Γ. καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα ἡ ΑΓ. καὶ τῇ ΑΓ ἴση κείσθω ἡ ΑΔ. λέγω ὅτι ἡ ΔΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Α. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΒ. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΔΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Α καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΒ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ. οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ· ἴση δὲ ἡ ΑΔ τῇ ΑΓ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ. οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ· ἀναστρέψαντι ἄρα ὡς ἡ $\overset{\text{ΒΔ}}{\text{ΒΑ}}$ πρὸς τὴν ΔΑ. οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ· διελόντι ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ. οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ· ἔστιν δέ· ἡ γὰρ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Γ:-

ἴση γὰρ ἡ ΑΔ τῇ ΑΓ· ἀνάπαλιν ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ· οὕτως ΑΓ πρὸς ΓΒ

+ ΣΥΝΘΕΣΙΣ:-

Ἐπεὶ ἡ ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Γ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ. οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ·

ἴση δὲ ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ. οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ· συνθέντι ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ· ἀναστρέψαντι ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ. οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ· ἴση δὲ ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΑ. οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς ΑΔ· ἡ ἄρα ΔΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Α. καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΒ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-



Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου αἱ τρεῖς γωνίαι ἤτοι αἱ κατὰ τὸ ἑξῆς ἢ αἱ μὴ κατὰ τὸ ἑξῆς ἴσαι ὦσιν. ἰσογώνιον ἔσται τὸ πεντάγωνον· πενταγώνου γὰρ ἰσοπλεύρου τοῦ ΑΒΓΔΕ αἱ τρεῖς γωνίαι πρότερον αἱ κατὰ τὸ ἑξῆς αἱ πρὸς τοῖς ΑΒΓ ἴσαι ἀλλήλαις ἔστωσαν. λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον· ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΓ ΒΑ δυσὶ ταῖς ΒΑ ΑΕ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΒΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΕ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΒΕ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΕ τριγώνῳ ἴσον· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἡ μὲν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΒΕΑ· ἡ δὲ ὑπὸ ΑΒΕ τῇ ὑπὸ ΓΑΒ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΑΖ πλευρᾷ τῇ ΒΖ ἐστὶν ἴση· ἐδείχθη δὲ καὶ ὅλη ἡ ΑΓ ὅλῃ τῇ ΒΕ ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΖΓ λοιπῇ τῇ ΖΕ ἐστὶν ἴση· ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΓΔ τῇ ΔΕ ἴση· δύο δὴ

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΓ ΒΕ ΖΔ, καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΓΒ ΒΑ δυσὶ ταῖς ΒΑ ΑΕ